



## **Una Propuesta Para Promover El Desarrollo De La Noción De Simetría En Edades Tempranas**

**Carla Rosell Charles, carlarosell93@gmail.com, Assumpta Estrada Roca,  
Universidad de Lleida**

### **Resumen**

La enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en edades tempranas es un tema de interés para la investigación en Educación Matemática en la actualidad. El objetivo de esta comunicación es presentar el diseño y construcción de una herramienta para la caracterización de trayectorias de aprendizaje de la noción de simetría en niños de 5-6 años. Se describe la estructuración y validación de un instrumento que permite reconocer, mediante actividades abiertas, manipulativas, dentro de un contexto artístico, niveles de comprensión de la simetría. Se constata que el conjunto de actividades planteadas permite reconocer diversos caminos seguidos por los niños en su aprendizaje de la noción de simetría.

### **Palabras clave:**

Aprendizaje de la simetría, trayectorias de aprendizaje, edades tempranas

### **Objetivos o propósitos:**

---

Promover un aprendizaje significativo de las nociones matemáticas en edades tempranas implica conocer, entre otros aspectos, las maneras como niños y niñas construyen su conocimiento y cómo significan determinado tipo de situaciones. Sabemos que el aprendizaje de las nociones geométricas es esencial, ya que brinda elementos relevantes para que los niños comprendan y describan, el entorno en el que se desenvuelven, así como diversos fenómenos. Consideramos como Sarama, Clements, Barret, Hudyma y Vanegas (2021), que mediante la comprensión de las trayectorias de aprendizaje es posible mejorar las estrategias de enseñanza y aprendizaje de diferentes nociones matemáticas. En este sentido, con el presente estudio se busca una aproximación a la manera como los niños aprenden ciertas nociones geométricas. De manera puntual, nos proponemos describir el proceso de elaboración de un instrumento para la caracterización de trayectorias de aprendizaje sobre la noción de simetría seguidas por niños de 5-6 años.

### **Marco teórico:**

---

El currículum de Educación Infantil (Generalitat de Catalunya, 2016) indica que la matemática es una herramienta imprescindible para ayudar a los niños a conocer el entorno. Involucrar a los niños y niñas en actividades que implican cuantificar, medir, localizar haciendo predicciones, comprobaciones y generalizaciones les posibilita el avance del simple conocimiento físico a la significación de nociones y llegar a la abstracción. Para entender el mundo es necesario desarrollar un buen conocimiento del espacio y las formas. En este sentido el NCTM (2000), destaca que la geometría es un área de las matemáticas que permite

---

Organizado por:





el desarrollo natural de las habilidades de razonamiento y justificación en los estudiantes. No obstante, Clements y Sarama (2009) argumentan que la geometría y los conceptos espaciales, normalmente, son ignorados o minimizados en los inicios de la educación a causa de la concepción que tienen los maestros que los niños y niñas no pueden aprender ciertos contenidos por su complejidad y nivel de abstracción o porque los profesores presentan dificultades para construir oportunidades de aprendizaje geométrico.

La simetría es una parte fundamental de la geometría, la naturaleza y de las formas. Se relaciona con la creación de patrones que nos ayudan a organizar nuestro mundo conceptual (Knuchel, 2004). Trabajar con la noción de simetría en edades tempranas permite desarrollar las habilidades de visualización porque hay una capacidad de percibir y jugar con la simetría, se mueven efectos, hay un enlace entre lo que se trabaja en Infantil y Primaria en el tema, se relaciona con procesos de razonamiento mediante composición y descomposición y hay formas gestuales asociadas desde una perspectiva neuronal, se reconocen las neuronas espejo, que nos ayudan a planear situaciones relacionadas con el movimiento.

Consideramos necesario y relevante analizar cómo aprenden los niños las nociones geométricas y cómo enfrentan las tareas que implican una actividad geométrica. Particularmente, nos interesa caracterizar como aprenden niñas y niños la noción de la simetría, y de esta manera, construir oportunidades de aprendizaje basadas en sus necesidades y niveles de comprensión. Así pues, tomamos inicialmente como referencia: el modelo de Van Hiele (1989) en el que se describen unos niveles que permiten identificar los razonamientos de los alumnos en su aprendizaje de la geometría, y la propuesta de Clements y Sarama (2015) sobre las trayectorias de aprendizaje. Este constructo implica tres componentes esenciales: una *meta matemática*; una *progresión de desarrollo*; y, un *conjunto de actividades o tareas instructivas* propias de los niveles de pensamiento de la trayectoria. Coincidimos con Rubio, Vanegas y Prat (2018) en que la comprensión de estas trayectorias puede ayudar a responder cuestiones relevantes de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: los objetivos que hay que establecer; por dónde empezar; como decidir la dirección del siguiente paso; y como conseguir este siguiente paso, entre otros.

## Metodología:

---

En el diseño del instrumento piloto se han considerado, aspectos relativos a la enseñanza y aprendizaje de las nociones geométricas en edades tempranas, así como los planteamientos de Clements y Sarama (2015) sobre las trayectorias de aprendizaje, para las formas y para la composición y descomposición de figuras 2D, y los niveles de razonamiento del modelo de Van Hiele (1986). Inicialmente, se realiza una adaptación de la trayectoria hipotética de aprendizaje considerando diferentes procesos asociados a la construcción de la noción de simetría (Tabla 1). A partir de dicha adaptación se estructuran las actividades y se implementan las dos primeras con dos grupos de alumnos de P5 de una escuela pública catalana. Posteriormente,

---

Organizado por:





se analiza la pertinencia y claridad de las actividades. Se revisa el tipo de preguntas y los materiales utilizados. También se consideran las características de los dos grupos respecto a la interacción generada. Toda esta información permite enriquecer de detalles organizativos, de interacción y materiales que dan lugar al instrumento final. Finalmente, se estructura una secuencia que consta de 16 actividades en la que se toma como contexto de significación diferentes producciones artísticas.

Tabla 1. Adaptación de la Trayectoria de aprendizaje para la Simetría

Niveles/Procesos	Caracterización en relación a la simetría
<b>Visualizar</b>	<b>Simple:</b> Identifican las figuras geométricas (cuadrado, círculo, triángulo y rectángulo) <b>Compleja:</b> Identifican las figuras geométricas (rombo y trapecio)
<b>Reconocer</b>	<b>Global:</b> reconocen aquellas formas que se repiten sin tener en cuenta la medida, posición u orientación. <b>Específica:</b> reconocen aquellas formas que se repiten teniendo en cuenta la medida, posición u orientación. También reconocen aquellos elementos que rompen la simetría.
<b>Asociar</b>	<b>Por partes:</b> agrupan aquellas imágenes que tienen más partes iguales. Según el número de figuras y colores que tenga aquellas pinturas, las agrupan juntas. No tienen en cuenta la medida, orientación o posición. <b>Global:</b> Agrupan aquellas imágenes globalmente simétricas.
<b>Identificar</b>	<b>No identifica:</b> no identifican el eje de simetría. <b>Simple:</b> identifican el eje simétrico vertical (1 eje). El eje está basado en la idea de reflejo. <b>Mixta:</b> identifican el eje simétrico horizontal (2 ejes). El eje está basado en la idea de reflejo. <b>Compleja:</b> identifican los ejes verticales (4 ejes). El eje está basado en la idea de reflejo.
<b>Componer</b>	<b>Asimétrica:</b> componen figuras sin tener en cuenta la repetición de la forma, la medida, y la orientación. Realizan repeticiones especulares. <b>Simétrica:</b> componen figuras simétricas. Las componen teniendo en cuenta la repetición de la forma, la medida y la orientación.
<b>Predecir</b>	Realizan predicciones. Predicen los resultados globales de imágenes a partir del análisis de imágenes descompuestas.
<b>Clasificar</b>	<b>Criterios del entorno:</b> clasifican según criterios de color y elementos especiales. <b>Criterios geométricos:</b> clasifican las figuras según su simetría o la cantidad de ejes de simetría
<b>Representar</b>	<b>Simples:</b> representan algunas repeticiones. <b>Mixta:</b> representan elementos simétricos teniendo en cuenta la forma y la posición. <b>Compleja:</b> representan considerando la simetría. Teniendo en cuenta las formas, medidas, posición, orientación, reflejo, los ejes y la distancia a estos.

Organizado por:







### **Discusión de los datos, evidencias, objetos o materiales:**

El producto que generó este estudio fue un instrumento para evaluar la trayectoria de aprendizaje de la simetría en niños de 5-6 años. El instrumento definitivo considera la progresión de desarrollo, unos objetivos de aprendizaje y las actividades ( $A_x$ ) que permiten identificar donde se sitúa cada alumno en la trayectoria de aprendizaje de la simetría. Dichas actividades son:  $A_1$ : Presentación de obras de arte;  $A_2$ : Diálogo acerca de las repeticiones;  $A_3$ : Agrupación de las pinturas similares;  $A_4$ : Diálogo acerca del cuento: “el reflejo del pájaro”;  $A_5$ : Buscar ejes con espejos;  $A_6$ : Completar figuras;  $A_7$ : Diálogo acerca de la “rotura” de la simetría;  $A_8$ : Clasificar las pinturas por sus repeticiones;  $A_9$ : Predicciones acerca de lo que aparecerá;  $A_{10}$ : Identificar la repetición de espejo;  $A_{11}$ : Inventar criterios para agrupar;  $A_{12}$ : Identificar el número de ejes;  $A_{13}$ : Clasificar según el número de ejes;  $A_{14}$ : Producciones artísticas;  $A_{15}$ : Diálogo acerca de las creaciones y  $A_{16}$ : Hacer simetrías en otro contexto. El instrumento está diseñado para implementarse tanto de forma individual como colectiva, en todo momento se pregunta a los niños acerca de las decisiones y/o estrategias que van realizando.

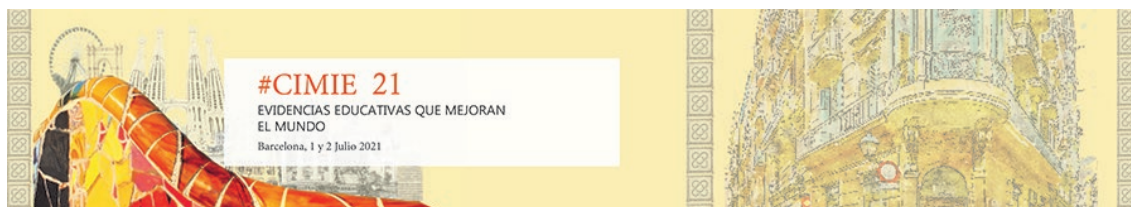
A continuación, en la Tabla 2 se presenta a modo de ejemplo dos actividades de la versión final de dicho instrumento, en las que se incluyen además de las componentes de la trayectoria de aprendizaje, una columna con sugerencias de preguntas que pueden orientar el diálogo en la implementación del mismo.

Tabla 2. Extracto del instrumento para evaluar trayectorias de aprendizaje de la simetría (5-6 años)

	<b>Objetivo</b>	<b>Tarea</b>	<b>Descripción</b>	<b>Imagen</b>	<b>Dialogo</b>
$A_1$	Introducir un conjunto de obras artísticas como provocación de hallazgos de nociones geométricas	Discusión inicial sobre las percepciones y emociones evocadas	Los niños/as hablan sobre las obras artísticas y su significado		¿Por qué has elegido ese cuadro? ¿Qué crees que ha querido plasmar el pintor?
$A_5$	Identificar si los niños/as reconocen la línea de repetición. Describir el tipo de reconocimiento	Exploración y discusión sobre dónde está el eje de simetría en diferentes obras	Los niños/as deben encontrar varios ejes de simetría si es posible. Para asegurarlo, deben reconstruir la imagen global		¿Podrías encontrar otros ejes además del vertical? Continúa experimentando con el espejo. ¿En esa posición encuentras la imagen global?

Organizado por:





## **Resultados y/o conclusiones:**

---

Los resultados indican que la secuencia planteada sigue un camino hipotético por el cual los niños de educación infantil pueden progresar en su aprendizaje de la noción de simetría. Tal y como lo plantean Clements y Sarama (2009) pensamos que configurar una secuencia de aprendizaje organizada a partir del enfoque de las trayectorias de aprendizaje, no sólo posibilita una mejor estructuración y organización de las actividades, sino considerar las posibles formas de razonamiento y/o prever dificultades que los niños y niñas pueden tener en la construcción de su conocimiento geométrico. Por tanto, este instrumento también se constituye en una herramienta para la valoración. Además, la identificación de los caminos seguidos por los niños son una fuente importante para el diseño y/o adecuación de propuestas ricas que brinden oportunidades a los niños para progresar en sus procesos de aprendizaje.

Se pretende destacar que los alumnos son capaces de reconocer similitudes y repeticiones, explicar cambios de orientación asociándolos a la línea del horizonte cuando se analiza una ilustración. En general, identifican ejes de simetría horizontales y verticales, pero pocos son capaces de encontrar ejes diagonales. Destacan que algunas imágenes tienen formas iguales, pero colores distintos y por lo tanto no las consideran simétricas. En las actividades de clasificación los niños pusieron criterios, los cuales en su mayoría aludían a elementos naturales, colores y formas. Finalmente, cuando los alumnos son creadores artísticos, algunos tienen en cuenta las repeticiones, los cambios de posición y los ejes de simetría.

Los resultados muestran que la secuencia planteada sigue un camino hipotético por el cual los alumnos han progresado en su aprendizaje de la noción de simetría. Crear el instrumento a partir de una TA ha proporcionado diferentes evidencias para aproximarnos a las comprensiones de los niños sobre la simetría, reconociendo, sus acciones, sus explicaciones y sus preguntas.

Otro aspecto a destacar es el tipo de actividad matemática que se puede promover en el aula. Plantear actividades abiertas, experimentales, centradas en el diálogo con los niños y enmarcadas en un contexto artístico, ofrece a investigadores y maestros reconocer la diversidad de maneras como los niños interpretan determinadas situaciones, lo que muchas veces es limitado en tareas cerradas y de "lápiz y papel". Según Fernández y Reyes (2003), la expresión artística goza de un extraordinario contenido matemático. La contextualización artística favorece la observación, el análisis e interpretación de formas, la distribución espacial, etc. La manipulación y la elaboración de obras de arte facilitan la exploración y la experimentación de los conceptos y también facilitan el desarrollo natural de aprendizaje. Además, nos da la posibilidad de desarrollar unos aprendizajes más significativos y globalizados, ya que se dan mediante el contacto con la realidad y se relacionan con otros contenidos artísticos, naturales, históricos, etc. (Antón y Gómez, 2016).

---

Organizado por:







### **Contribuciones y significación científica de este trabajo:**

---

El trabajo geométrico en Educación Infantil es escaso y casi siempre se limita al reconocimiento de formas y a la repetición de sus nombres. En esta comunicación se describe una propuesta estructurada y validada que muestra un camino a seguir con los niños para ayudarles en el aprendizaje de una noción poco explorada en educación infantil: la simetría.

El instrumento muestra un conjunto de actividades desarrolladas en un contexto artístico, lo cual aporta elementos para el diseño de propuestas interdisciplinarias, lo que es coherente con los planteamientos curriculares actuales de Educación Infantil que enfatizan el enfoque globalizado y competencial. Además, la implementación de instrumentos como el descrito tal y como lo plantean (Vanegas, Prat y Rubio, 2019) permite contar con diferentes tipos de evidencias para aproximarse de una mejor forma a las comprensiones de los niños, identificando sus acciones, diálogos, explicaciones, producciones y los razonamientos asociados.

### **Bibliografía:**

---

- Antón, A.; Gómez, M., (2016). La geometría a través del arte en educación infantil. *Enseñanza & Teaching*, 34(1), 93-117.
- Clements, D. H., i Sarama, J. (2015). *El aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas a temprana edad: El enfoque de las trayectorias de aprendizaje*. Learning Tools LLC.
- Clements, D. H.; Sarama, J. (2009). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach*. Routledge.
- Fernández, I. y Reyes, E. (2003). *Geometría con el hexágono y el octógono*. Granada: Proyecto Sur.
- Generalitat de Catalunya. (2016). *Currículum i orientacions educació infantil segon cicle*. Departament d'ensenyament.
- Giménez, J.; Vanegas, Y. (2019). Contextualizações de transformações geométricas na Educação Infantil. *Perspectivas da Educação Matemática*, 12(28), 56-73.
- Knuchel, C. (2004). Teaching symmetry in the elementary curriculum. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 1(1), 3-8.
- National Council of Teachers of Mathematics - NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of teacher of Mathematics.
- Rubio, A.; Vanegas, Y.; Prat, M. (2019). Herramienta para evaluar trayectorias de aprendizaje de la medida de longitud en niños de 6-8 años. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 7(2), 76-86.

---

Organizado por:





Sarama, J., Clements, D. H., Barrett, J. E., Cullen, C. J., Hudyma, A., & Vanegas, Y. (2021). Length measurement in the early years: teaching and learning with learning trajectories. *Mathematical Thinking and Learning*, 1-24. DOI: 10.1080/10986065.2020.1858245.

Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and Insight. A Theory of Mathematics Education*. Academic Press.

Vanegas, Y; Prat, M.; Rubio, A. (2019). Characterisation of the learning trajectory of children aged six to eight years old when acquiring the notion of length measurement. In U. T. Jankvist, M. van den Heuvel-Panhuizen, & M. Veldhuis (Eds.), *Proceedings of Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Educations CERME 11* (pp. 2381-2388). Utrecht, the Netherlands: Freudenthal Group & Freudenthal Institute, Utrecht University and ERME.

---

Organizado por:

