



Reestructuraciones Creativas Que Promueven el Insight
Francisco Sánchez López; M^a Lluïsa Fiol Mora, Universidad Autónoma de Barcelona, francisco_sanchez_1@hotmail.com

Resumen: Centramos el artículo en el estudio exploratorio, cualitativo y descriptivo de las resoluciones planteadas por un grupo de estudiantes de 4º de ESO ante el abordaje de un problema geométrico potencialmente de insight perceptivo. Identificaremos y describiremos *las reestructuraciones* que facilitan la ocurrencia del insight o la vivencia del ajá! en la resolución del problema. Concluimos con aportaciones cualitativas que apuntan a una caracterización detallada de las reestructuraciones que seguramente podrían facilitar la ocurrencia del insight cuando los estudiantes se hallan ante la resolución del problema

Palabras clave: Reestructuración, creatividad, insight, problemas geométricos.

1. Objetivos o propósitos:

Son bien conocidas anécdotas de la resolución de problemas con utilización de estrategias innovadoras y originales (Kekulé, Einstein, Wiles,...) Problemas de idea brillante, problemas de insight. Existen situaciones muy breves y realmente brillantes en el proceso de creación y solución de problemas. Kary Mullis, Premio Nobel de Química en 1993, cuenta que mientras estaba conduciendo, tuvo la ocurrencia de cómo reproducir ADN a partir de muestras muy pequeñas, hallazgo que en biología molecular es conocido como la reacción en cadena de la polimerasa.

Posiblemente sea creatividad (Fuentes y Torbay, 2004) lo que tienen que desarrollar los estudiantes para superar nuevos retos o los mil interrogantes cotidianos, así como que se garantice su éxito educativo. En muchos casos la reconocemos en aquellas adaptaciones más ingeniosas, en las respuestas originales a problemas, en la hipótesis previa a una investigación, en cualquier invento... Su aspecto dinámico y mutable la hace estar en lo más cotidiano y en lo abstracto, esperando ser descubierta por las mentes más avisadas.

Centrados en nuestro trabajo, el marco conceptual ha sido: a) *el pensamiento productivo* (Wertheimer, 1959) y b) *la resolución de problemas geométricos de insight* (Ohlsson, 1984; Barnes, 2000).

Unos primeros resultados permitieron identificar y reflexionar sobre los momentos del ajá! (Barnes, 2000; Sequera, 2007) que experimentan los estudiantes al resolver un problema.

Organizado por:





En este trabajo, desde la Educación Matemática, presentamos algunas *reestructuraciones geométricas* que plantean los estudiantes al enfrentarse a un problema y que pueden facilitar los momentos del ajá! o insight.

Identificar, describir y analizar las reestructuraciones geométricas que pueden promover el insight, a partir de las estrategias realizadas por un grupo de estudiantes de 4º de ESO ante el abordaje de un problema geométrico potencialmente de insight perceptivo.

1. Objetivo

Identificar, describir y analizar las reestructuraciones geométricas que pueden promover el insight, a partir de las estrategias realizadas por un grupo de estudiantes de 4º de ESO ante el abordaje de un problema geométrico potencialmente de insight perceptivo.

2. Marco teórico:

Van Hiele (1957, p.1) planteó un concepto del ajá!, centrado en geometría y que tradujo como comprensión. Identificó el Insight en los estudiantes, cuando a partir de los datos y relaciones geométricas de que disponían eran capaces de llegar a una conclusión, ante una situación con la que nunca antes se habían enfrentado. Describió la ocurrencia del Insight, a partir de las explicaciones de los propios estudiantes “Ah! Ya lo veo, o sea que si...” y a continuación daban una solución al problema.

Desde el marco conceptual *del pensamiento productivo* (Wertheimer, 1959) y *la resolución de problemas geométricos de insight* (Ohlsson, 1984), empleamos una interpretación del concepto de Insight enmarcada dentro de la aproximación teórica que propone la teoría de la Gestalt (Köhler, 1969).

Concebimos el Insight en la resolución de unos problemas geométricos determinados que denominaremos potencialmente de insight perceptivo¹, como aquella reestructuración que posibilita una nueva solución. Es decir, entendemos el Insight como aquella reestructuración de los elementos o relaciones geométricas que se establecen en un problema geométrico que mediante una reorganización visual repentina puede posibilitar una nueva solución o continuar con la resolución. Cuando hacemos referencia a esta reestructuración, entendemos que

¹ Problemas geométricos potencialmente de insight perceptivo a partir de ahora: problemas geométricos

Organizado por:





puede estar basada en una combinación de distintos procesos (Ohlsson, 1984; Wertheimer, 1959).

Al hablar de reorganización visual repentina, no nos referimos a la percepción entendida - sólo - como función visual psíquica específica, sino que la percepción la entendemos como un - todo - en la línea de la Gestalt: *El todo es más importante que la suma de las partes.*

3. Metodología:

1 PARTICIPANTES

El estudio que presentamos se llevó a cabo con estudiantes de 4º de ESO del IES Parets del Vallés. Ningún estudiante seguía adaptaciones curriculares. La muestra escogida se caracteriza por estar equilibrada respecto al género.

2 HERRAMIENTAS DE RECOGIDA DE INFORMACIÓN

Se utilizaron tres herramientas de investigación: un Cuestionario de Problemas, un Cuestionario de Respuesta y una Entrevista Semiestructurada. En este artículo presentamos los resultados de un problema.

Los datos y reflexiones que emplearemos en la posterior discusión, provienen de las aportaciones de las herramientas de investigación. Esto nos posibilita contrastar y comparar la información obtenida desde diferentes tipologías de datos recogidos y por tanto nos permite un mayor grado de fiabilidad y validez en los resultados obtenidos.

3 3.3 DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN

La investigación se compone de dos Fases Diagnósticas:

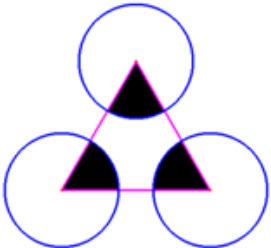
*En una primera Fase Diagnóstica de Selección, se realizó la selección de i) 10 problemas geométricos de una colección previa más amplia de 50 y de ii) 20 participantes que intervinieron en nuestra investigación.

i) De los 10 problemas presentamos el siguiente de Poniachick (1994):

Organizado por:





PROBLEMA
Tenemos tres círculos iguales de radio 1. Uniendo los centros obtenemos un triángulo equilátero. ¿Cuánto mide el área sombreada?


En la resolución del problema se requiere como mínimo en una de sus posibles resoluciones de una reestructuración de los elementos o relaciones geométricas que intervienen en el problema mediante alguna estrategia de visualización sustentada en alguna habilidad de visualización (Del Grande, 1990).

ii) La selección de los participantes se llevó a cabo a partir de la prueba de evaluación de las competencias básicas en matemáticas en Secundaria realizada a 68 estudiantes de 4º de ESO. Se seleccionaron los 20 estudiantes que obtuvieron la mejor puntuación en esta prueba oficial validada por el Departamento de Educación de la Generalitat de Cataluña (2003/2004).

*En la segunda Fase Diagnóstica de Relación los estudiantes realizaron el Problema Geométrico, el Cuestionario de Respuestas y la Entrevista Semiestructurada.

Posteriormente los estudiantes respondieron el Cuestionario de Respuestas para que pudiésemos analizar sus reflexiones sobre las dificultades, estrategias e ideas que afloraron en el abordaje de la resolución de los problemas geométricos.

Por último se realizó una Entrevista Semiestructurada que se registró en audio. Nos interesaba que los estudiantes nos proporcionasen descripciones específicas y detalladas sobre cómo habían podido resolver los problemas geométricos, y cómo creían que se les había ocurrido la estrategia o idea que podía haberles facilitado la solución.

4. Discusión de los datos, evidencias, objetos o materiales

Se realizó un análisis cualitativo, exploratorio y descriptivo a partir de la triangulación de la información obtenida en las herramientas de investigación con

Organizado por:





los 10 participantes en los que hemos identificado reestructuraciones creativas que pueden facilitar el insight.

Las categorías de resolución originales y creativas que identificamos en este problema son:

- **Fragmentar el círculo en seis zonas circulares equivalentes**

En esta categoría, los participantes fragmentan el círculo a partir de identificar sectores circulares equivalentes a los que están sombreados, en cada uno de los círculos respectivos. La identificación y discriminación visual, así como el reconocimiento de las posiciones geométricas de los sectores circulares, son habilidades de visualización determinantes para conseguir ver o imaginar con éxito la superficie de la figura geométrica final formada por los tres sectores circulares sombreados.

Algunos participantes a partir de una relación de transitividad identifican los tres sectores circulares sombreados en un mismo círculo y acaban “viendo” la superficie total sombreada que se genera.

- **Reubicar los sectores circulares sombreados en un círculo**

En esta categoría identificamos distintas formas de aplicación. En primer lugar, inferimos una forma de resolución en la que los participantes a base de ensayo y error llegan a “imaginarse” o “visualizar” la disposición de los tres sectores circulares ubicados en un mismo círculo. En segundo lugar, inferimos otra forma de resolución donde los participantes pueden haber empleado una combinación de estrategias en la que “mueven”, “desplazan” y “rotan” los sectores circulares hasta “juntarlos” en un mismo círculo. El objetivo final consiste en reubicar los sectores circulares sombreados con el fin de identificar y visualizar la superficie de la figura geométrica final que representan.

Por otro lado también hemos identificado la existencia de otras estrategias donde los participantes no fragmentan de manera equivalente los sectores circulares y estrategias en las que se reflejan errores de cálculo de superficies, así como dificultades y bloqueos en la resolución del problema.

Aunque en algunas resoluciones las estrategias de fragmentación y reubicación han podido combinarse. En este caso, hemos clasificado la resolución obtenida en la primera o segunda categoría, según si el semicírculo final que representaba la adición de los tres sectores circulares era resultado de unir los tres sectores equivalentes identificados en un mismo círculo o era resultado de unirlos después de trasladarlos a otro círculo.

Organizado por:






Inferimos una posible evidencia de insight o vivencia del ajá! cuando los participantes consiguen ver la unión de los tres sectores circulares sombreados como un semicírculo. Observamos que ninguno de los participantes hace referencia a la medición angular (60°) de los sectores circulares como estrategia de resolución.

Finalmente comparamos la información obtenida en las categorías de resolución identificadas en el Cuestionario de Problemas con el Cuestionario de Respuestas:

REESTRUCTURACION	PARTICIPANTES
Fragmenta el círculo en seis zonas circulares equivalentes a las del enunciado y calcula la superficie sombreada total.	R,A,H,M,P
<i>He calculado el área de los círculos y la he dividido en 6 partes</i>	R Cuestionario de respuestas
<i>Divido la circunferencia en 6 partes, luego he calculado el área de una circunferencia y lo he multiplicado por $1/6$. Y el resultado lo he multiplicado por 3.</i>	A Cuestionario de respuestas
<i>Divido el círculo en partes iguales a la zona sombreada. Y después divido las partes entre el área y las sumo.</i>	H Cuestionario de respuestas
<i>He dividido el primer círculo en partes iguales (6), entonces le he restado al área las partes y lo he multiplicado por 3.</i>	M Cuestionario de respuestas
<i>He calculado el área de una redonda y la divido en 6 para saber cuánto hace una de las zonas sombreadas. Después he multiplicado por 3 y ya lo tengo. El área sombreada.</i>	P Cuestionario de respuestas
<i>No lo sé pero me he dado cuenta que el área sombreada es la mitad de la circunferencia....</i>	L Cuestionario de respuestas

Tabla: aportaciones categorías de resolución

A modo de ilustración, exponemos un problema de Grabarchuk (2009), donde entre otras reestructuraciones es necesario de la Reubicación y Fragmentación para abordarlo con éxito.

Problema
<p>Empleando estos tres cuadrados de cartulina no translúcida que pueden rotarse y suponerse, se tienen que formar cuatro cuadrados (no necesariamente del mismo tamaño). Dibuja como lo consigues.</p> 

Organizado por:





5. Resultados y/o conclusiones

Las reestructuraciones geométricas identificadas que promueven el insight son la Fragmentación y la Reubicación.

En la Fragmentación identificamos el insight cuando el estudiante fragmenta adecuadamente una figura geométrica, identificando aquellas otras que pueden posibilitar el descubrimiento de una nueva reestructuración que permita continuar o resolver el problema. Esta categoría está supeditada entre otras habilidades de visualización a la identificación y discriminación visual.

En la Reubicación identificamos el insight cuando se ubican determinadas figuras geométricas en una posición concreta, independientemente de las estrategias que se puedan emplear. Esta categoría nos posibilita una nueva reestructuración que representa una nueva figura geométrica que nos permite continuar con la resolución del problema. Consideramos que de manera implícita, posiblemente en esta reestructuración, sea necesario que en algún momento, el estudiante mueva mentalmente la figura geométrica. En ese caso el insight se caracteriza cuando se identifica una imagen dinámica (Presmeg, 1986). Debido a que la identificación de imágenes dinámicas es una tarea compleja, sólo hemos considerado la identificación de la naturaleza de una imagen como dinámica, cuando los participantes así lo explicitaban en el cuestionario de problemas, de respuestas o en la entrevista semiestructurada, textualmente mediante los verbos de acción “mover”, “desplazar” o “girar”.

En estas categorías identificadas, coincidimos con Clements y Battista (1992) en que el razonamiento visual puede garantizar un apoyo significativo de forma implícita en la comprensión de algunas reestructuraciones.

6. Contribuciones y significación científica de este trabajo:

A partir de las caracterizaciones cualitativas y detalladas de las reestructuraciones obtenidas en la resolución del problema, sería interesante a lo largo de la educación escolar, trabajar estrategias de fragmentación, reubicación y manipulación de figuras geométricas, adaptadas a los contenidos y procedimientos en geometría de cada curso escolar.

En Educación Primaria, promover actividades de enseñanza y aprendizaje que impliquen construcciones manipulativas y geométricas, como la utilización frecuente de puzzles y realización de movimientos físicos y su representación.

En Educación Secundaria, la realización de problemas geométricos innovadores, que fomenten el pensamiento lateral (De Bono, 1971), buscando el equilibrio entre

Organizado por:





el aprendizaje de fórmulas y el pensamiento productivo. Problemas creativos, que requieran la aplicación de una o varias habilidades de visualización que puedan propiciar la ocurrencia del insight, al menos en una de sus posibles resoluciones. Especialmente problemas geométricos, que supongan un desafío matemático para nuestros estudiantes en los que se incentive la fragmentación, manipulación y reubicación de figuras geométricas con la intención de construir otras nuevas que permitan la resolución creativa del problema.

7. Bibliografía

Barnes, M. S. (2000). Magical moments in mathematics: Insights into the process of coming to know. *For the Learning of Mathematics*, 20(1), p. 33-43.

Clements, D.H. y Battista, M.T. (1992). Geometry and spatial reasoning. In D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (p. 420-464). New York: Macmillan

De Bono, E. (1971). *The Use of Lateral Thinking*. Londres: Penguin Books. Traducción castellana: Barcelona: Paidós, 2008.

Del Grande, J. (1990). Spatial sense. *Arithmetic Teacher*, 37(6), p. 14-20

Fiol, M. L. (2007). Tota comparacio es inevitable. *Perspectiva escolar*, 314, p. 8-15.

Fuentes, C.R. y Torbay, A. (2004). Desarrollar la creatividad desde los contextos educativos: un marco de reflexión sobre la mejora socio-personal. *Revista Electrónica Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*, 2(1).

Grabarchuk, P. (2009). *Juegos de ingenio Mensa*. Barcelona: Tutor

Köhler, W. (1969). *The task of Gestalt psychology*. Princeton, NJ: Princeton University Press.

Ohlsson, S. (1984). Restructuring revisited: Summary and critique of the Gestalt Theory of problem solving. *Scandinavian Journal of Psychology*, 25, p.65-78.

Poniachick, J. (1994). *El acertijo*. Buenos Aires: Periodic Publications.

Sánchez, L. F. (2013). *Estrategias de resolución geométrica por insight. Un estudio exploratorio*. Tesis doctoral. Barcelona: Universidad Autónoma de Barcelona.

Organizado por:





Sequera, G.E.C. (2007). Creatividad y desarrollo profesional docente en matemáticas para la educación primaria. Tesis doctoral. Barcelona: Universidad de Barcelona.

Van Hiele, P. (1957). El problema de la comprensión: en conexión con la comprensión de los escolares en el aprendizaje de la geometría. PhD thesis. Universidad de Utrecht. (Traducción al español 1990, por el proyecto de investigación Diseño y evaluación de una propuesta curricular de aprendizaje de la geometría en Enseñanza Media basada en el modelo de razonamiento de Van Hiele, director Ángel Gutiérrez)

Wertheimer, M. (1959). Productive thinking. Nueva York: Harper and Brothers. (Trad. cast.: El Pensamiento productivo. Barcelona, Paidós, 1991)

Organizado por:

